平成 28 年度学群編入学試験

理工学群物理学類

学 力 検 査
（専門科目）
問 題 冊 子

注意事項

① 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答すること。

② 解答用紙は各問題に対して 1 枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。

③ 解答が書ききれない場合には、「裏へ」と明記して、その解答用紙の裏面に続けて書くこと。

④ 下書き用紙は採点しない。

⑤ 試験時間は 120 分です。

問題 I

図のように，質量 m の物体 A，B，C を自然長 L，バネ定数 k の軽いバネ S1，S2 でつないだもの（系１と呼ぶ）を滑らかな水平の床の上に静かに置いた。このとき，バネ S1，S2 は自然長になっていた。図のように x 軸をとり，運動はすべて x 軸上で起こるものとする。ただし，物体と床との摩擦，バネの重さ，および空気抵抗は無視できるものとする。また，バネの自然長は十分に長く，物体 A，B，C 同士が直接接触することはないとする。以下の問に答えよ。

物体 A の左方向から質量 m の物体 D を速度 V で物体 A に弾性衝突させた。

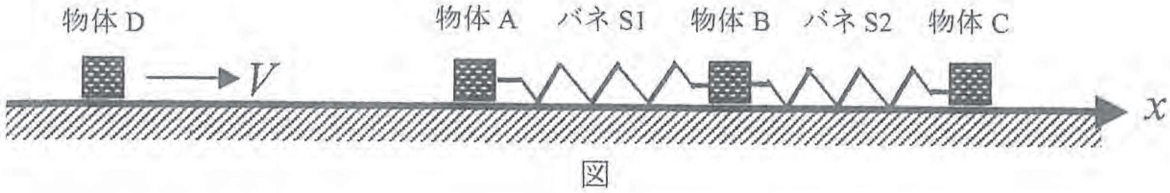
問１．衝突直後の物体 D の運動量を求めよ。
問２．衝突直後の系１の運動量を求めよ。
問３．衝突直後の系１のエネルギーを求めよ。

つぎに，衝突後の物体 A，B，C の運動について考える。

問４．物体 A，B，C について，運動方程式を書け。ただし，物体 A，B，C の座標をそれぞれ x_A，x_B，x_C とせよ。
問５．系１の重心の座標 X を座標 x_A，x_B，x_C で表し，その運動方程式を導け。
問６．衝突後の重心の運動について説明せよ。
問７．$\tilde{x}_A = x_A + L$，$\tilde{x}_C = x_C - L$ とおいて，問４で求めた運動方程式を

$$\begin{pmatrix} \ddot{\tilde{x}}_A \\ \ddot{x}_B \\ \ddot{\tilde{x}}_C \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \tilde{x}_A \\ x_B \\ \tilde{x}_C \end{pmatrix} \quad ; \text{ただし} P \text{は} 3\times3 \text{の行列}$$

のかたちの微分方程式に書き換え，P を求めよ。
問８．問７で求めた結果を用いて，固有振動の振動数をすべて求めよ。
問９．行列 P を対角化することにより，問８で求めた固有振動がそれぞれどのような運動に対応しているか説明せよ。



図

問題II

n モルの理想気体が体積 V, 圧力 p, 絶対温度 T の状態にあるとき状態方程式 $pV = nRT$ が成立する (R は気体定数)。なお, 理想気体では気体の内部エネルギー U は $U = nCT$ のように絶対温度に比例する ($C > 0$)。以下の問に答えよ。

(A) この気体に熱量 $\Delta Q\ (> 0)$ を加える。体積を V で一定に保ち熱を加えた時は, 温度が ΔT_V 上昇し, 圧力を p で一定に保ち熱を加えた時は, 温度は ΔT_p 上昇した。

問 1. 1 モルあたりの気体の定積比熱 C_V, 定圧比熱 C_p を求めよ。

問 2. $C_V = C$ を示せ。

問 3. $\Delta T_V > \Delta T_p$ であるのはなぜか, 定性的に説明せよ。

問 4. 等圧条件下で熱を加えた際の気体の体積の増加量 ΔV を ΔT_p で表せ。

問 5. 等圧条件下での熱力学第一法則から $C_p - C_V = R$ を示せ。

(B) 今度は断熱的に体積を $\Delta V\ (> 0)$ だけ増加させた。

問 6. 断熱的とは何か述べよ。

問 7. この時気体の温度は ΔT 変化した。ΔT の正負を理由をつけて述べよ。

問 8. $\dfrac{\Delta T}{\Delta V}$ を T, V, R, C を用いて表せ。

問 9. 問 8 において $\Delta T, \Delta V$ が十分小さいとして得られる微分方程式を解き, $T = T(V)$ となる関数 $T(V)$ を求め, 断熱的な変化においては

$$TV^{\gamma-1} \ = \ 一定$$

であることを示せ。なお $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ である。

問題 III

原点 O から伸びる長さ ℓ の直線 OP と，O を中心とし半径 ℓ の半円周 PQ から形成された変形しない導線 OPQ を水平面上に固定した。導線の太さは無視できるとし，またその抵抗も無視できるとする。長さ ℓ で，太さの無視できる質量 m の一様な金属棒が一端を原点 O に自由に回転できるように固定され導線と接触している。もう一端は導線 PQ に一点で接触し，その円周を摩擦なしに移動できるとする。金属棒の単位長さあたりの抵抗を ρ とし，また金属棒と導線の間の接触抵抗は無視できるとする。紙面に垂直，紙面に向かって一様な磁束密度 B が加えられている。以下の問に答えよ。

問 1．図の様に中心から伸びる導線 OP と金属棒のなす角度を θ とする。時刻 $t=0$ で金属棒が角度 $\theta=\theta_0$ の様に配置されており，原点 O を中心として時計回りの $\omega_0\ (>0)$ の初期角速度を与えた。ただし $0<\theta_0<\pi$ とする。このとき金属棒の運動エネルギーを求めよ。

ファラデーの電磁誘導の法則によると，閉回路を貫く磁束 $\mathcal{N}$ が時間変化する時，その回路に誘起される起電力 ϕ が以下の様に与えられる：

$$\phi \ = \ -\frac{d\mathcal{N}}{dt}.$$

問 2．ファラデーの電磁誘導の法則を用いて，時刻 $t=0$ で移動し始めた直後に導線と金属棒からなる閉回路を流れる電流値とその向きを求めよ。

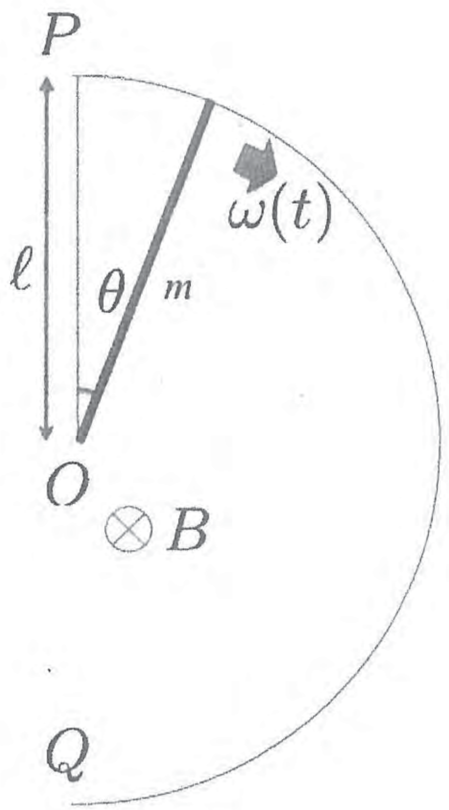
問 3．問 2 のとき金属棒に加わる原点 O の周りの力のモーメントの大きさと向きを求めよ。

問 4．金属棒はしだいに減速する。時刻 $t\ (\geq 0)$ での金属棒の角速度 $\omega(t)$ を与える式を求めよ。

問 5．十分長い時間が経過した後に，金属棒の角度 θ は $\theta_{\rm stop}$ に漸近する。この角度 $\theta_{\rm stop}$ を求めよ。ただし初期角速度 ω_0 は十分小さく停止する角度は $\theta_{\rm stop}<\pi$ をみたすとする。

問 6．時刻 $t\ (\geq 0)$ で，単位時間あたりに発生するジュール熱を求めよ。

問 7．$t=0$ で金属棒が回転しはじめてから十分時間が経過するまでに，回路から発生するジュール熱の総量を求めよ。



図