

平成28年度応用理工学類編入学試験 学力検査問題

平成27年7月18日(土) 10:00~12:30

注意事項

- 1) この冊子には、数学1、数学2、物理学1、物理学2、化学1、化学2の計6題の問題がある。「物理学1、物理学2、化学1、化学2」から2題を選択し、数学1、数学2と合わせて4題を解答すること。下記の表も参照すること。

問題	解答用紙の種類	使用枚数	備考
数学1	罫線あり	1枚	必須
数学2	罫線あり	1枚	
物理学1	罫線あり	1枚	この中から 2題選択
物理学2	罫線あり	1枚	
化学1	罫線あり	1枚	
化学2	罫線あり	1枚	

- 2) 解答用紙の所定欄に学群、学類、氏名、及び受験番号を記入すること。
- 3) すべての解答用紙の氏名欄の下の1行の欄に解答する問題名、すなわち、「数学1」、「数学2」、「物理学1」、「物理学2」、「化学1」、「化学2」のいずれかを明記すること。必要なら、解答用紙の裏も解答に用いてよい。
- 4) 机の上には「受験票」、「鉛筆」、「消しゴム」、「鉛筆削り」、「時計(計時機能だけのもの)」、「眼鏡」以外のものを置かないこと。

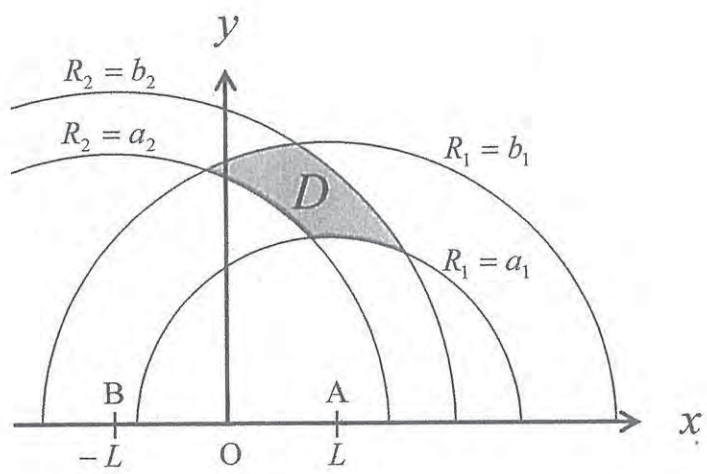
数学 1 試験問題

1. xy 平面の $y > 0$ なる領域 (上半面) の点 $P(x, y)$ に対して, 点 $A(L, 0)$ および点 $B(-L, 0)$ からの距離の二乗

$$R_1 = (x-L)^2 + y^2, \quad R_2 = (x+L)^2 + y^2$$

を考える。ここで $L > 0$ とする。また, $f(x, y) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$ とする。

- (1) 偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。
- (2) c をゼロでない定数とし, xy 平面の上半面において $f(x, y) = c$ で表される曲線を考える。この曲線上の任意の点 (x_0, y_0) における法線の方程式を求めよ。そして, その法線と x 軸との交点が c と L だけで決まることを示せ。
- (3) a_1, a_2, b_1, b_2 を正の定数とし, $R_1 = a_1$ と $R_1 = b_1$ で指定される円がそれぞれ $R_2 = a_2$ と $R_2 = b_2$ で指定される円と交わる場合を考える (図を参照)。ここで $a_1 < b_1$, $a_2 < b_2$ とし, xy 平面の上半面において $a_1 \leq R_1 \leq b_1$, $a_2 \leq R_2 \leq b_2$ で指定される領域を D とするとき, D を x 軸の周りに回転して出来る回転体の体積は
- $$V = 2\pi \int_D y \, dx \, dy$$
- で与えられる。 x, y に関する積分を R_1, R_2 に関する積分に変換することにより V を求めよ。
- (4) xy 平面を複素平面と考え, 点 $P(x, y)$ を複素数 $z = x + iy$ に対応させ, 複素関数 $g(z) = \log \left(\frac{z-L}{z+L} \right)$ を考える。 $z-L = r_1 e^{i\theta_1}$, $z+L = r_2 e^{i\theta_2}$ とおくことにより, $g(z)$ の実部は $f(x, y)$ に一致することを示せ。ただし, $0 < r_1, 0 < r_2$, $0 < \theta_1 < \pi$, および $0 < \theta_2 < \pi$ とする。さらに $g(z)$ の虚部は三角形 PAB のどの内角に対応するかを答えよ。



数学2 試験問題

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求めよ。ただし、 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ とする。
- (2) A の正規化した固有ベクトル u_1, u_2, u_3 を求めよ。ただし、
 $Au_j = \lambda_j u_j$ ($j=1, 2, 3$) とする。
- (3) A を $P^{-1}AP = D$ (ただし、 P は直交行列、 D は対角行列) として対角化したとき、 P, P^{-1} および D を求めよ。
- (4) (3) で求めた P に対して、 $P^{-1}(A+aE)^n P$ を求めよ。ただし、 E は 3 次の単位行列、 a は実定数、 n は正の整数とする。

以下では $AB = BA$ となる 3 次の正方行列 B について考える。

- (5) (2) で求めた u_j ($j=1, 2, 3$) は B の固有ベクトルになることを示せ。
- (6) (3) で求めた P に対して、 $P^{-1}BP$ が対角行列になることを示せ。

物理学 1 試験問題

1. 下の図は、質量 m の質点が原点 O に向かう引力を受けながら平面上を反時計回りに運動している様子を表している。質点の位置 P を極座標 (r, θ) で表し、位置 P で質点が受ける引力の大きさを kr (k は正の定数) とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 質点の運動方程式を極座標で書け。ただし、質点の加速度の r 方向と θ 方向の極座標成分は、それぞれ

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$$

と表される。

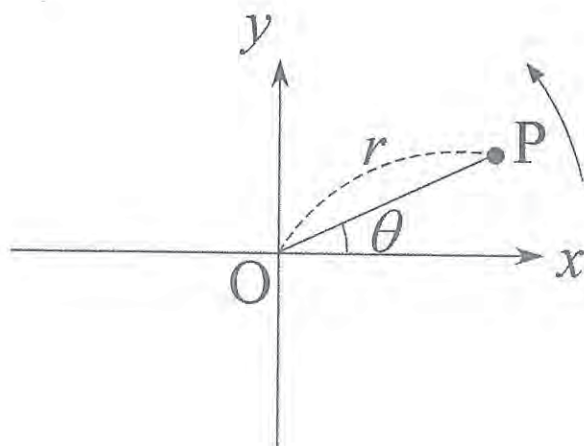
- (2) 質点の O のまわりの角運動量の大きさを L とするとき、 L を $m, r, \dot{\theta}$ を用いて表せ。
- (3) (1) で求めた運動方程式を用いて L が一定であることを示せ。
- (4) L の一定値を L_0 とするとき、(1) から (3) の結果を用いて次式が成り立つことを示せ。

$$m\ddot{r} = \frac{L_0^2}{mr^3} - kr$$

- (5) 質点が半径 r_0 の円運動を行っている場合の角速度 ω_0 を m, k を用いて表せ。
- (6) (5) のとき、 r 方向に小さな撃力を加えて、円運動を乱した。このとき、 $r = r_0 + \rho$ (ただし $|\rho| \ll r_0$) とおいて (4) で与えられた式に代入することにより、次式が成り立つことを示せ。ただし、 $|x| \ll 1$ のときに成り立つ近似式、 $(1+x)^n \approx 1+nx$ を用いてよい。

$$m\ddot{\rho} \approx -4m\omega_0^2\rho$$

- (7) (6) のとき、質点は半径 r_0 の円軌道のまわりで振動する。この振動の周期を求めよ。



物理学2 試験問題

1. 半径 a の十分長い導体円柱が以下の(1)あるいは(2)の状況下にあるとき、円柱の中心軸から距離 r ($r > a$) にある点 r での電場について、以下の問いに答えよ。

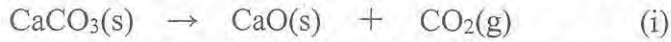
- (1) 一様な誘電体の中にこの導体円柱がある場合を考える。導体円柱が帯電しているとき、点 r での電場の大きさを求めよ。ただし、誘電体の誘電率を ϵ 、導体円柱の単位長さ当たりの電荷を λ ($\lambda > 0$) とする。
- (2) 一様な抵抗体の中にこの導体円柱がある場合を考える。単位長さ当たり i の定常電流が導体円柱から抵抗体の遠方に向かって流れ出しているとき、点 r での電場の大きさを求めよ。ただし、抵抗体の電気伝導度は σ とする。

次に、半径 a の十分長い導体円柱2本が中心軸間の距離 d だけ隔てて平行に置かれた場合を考える。図は円柱の中心軸に垂直な面で切った断面を示す。以下の問いに答えよ。ただし、 $d \gg a$ とする。

- (3) 2本の導体円柱が誘電率 ϵ の一様な誘電体の中にあり、左の導体円柱が単位長さ当たり電荷 λ ($\lambda > 0$) で、右の導体円柱が単位長さ当たり電荷 $-\lambda$ で、それぞれ帯電している場合を考える。2本の導体円柱の中心軸を含む平面内にあり、左の導体円柱の中心から右へ距離 x ($a < x < d - a$) 離れた点 P での電場の大きさ $E(x)$ を求めよ。ただし、 $d \gg a$ であるため導体円柱内の電荷分布は他方の導体円柱の影響を受けないものとする。
- (4) この誘電体と2本の導体円柱からなるコンデンサーの単位長さ当たりの静電容量を求めよ。
- (5) 2本の導体円柱が電気伝導度 σ の一様な抵抗体の中にあり、単位長さ当たり i の定常電流が左の導体円柱から流れ出しており、同じ量の定常電

化学1 試験問題

1. 生石灰 (CaO) は, CaCO_3 から式(i)の反応で得られる。



ただし, (s)は固体, (g)は気体の状態であることを表す。

以下の問いに答えよ。

- (1) 反応(i)の標準反応エンタルピー ($\Delta_r H^\circ$) を求めよ。 $\text{CaCO}_3(\text{s})$, $\text{CaO}(\text{s})$, $\text{CO}_2(\text{g})$ の標準生成エンタルピー ($\Delta_f H^\circ$) をそれぞれ -1207.6 , -634.9 , $-393.5 \text{ kJ mol}^{-1}$ とする。
- (2) 反応(i)の標準反応エントロピー ($\Delta_r S^\circ$) は $160 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ である。 25°C の標準状態で, この反応は自発的に起こるか, 起こらないかを理由とともに答えよ。
- (3) 0.28 g の CaO を 1.0 dm^3 の水に完全に溶かした。溶液の pH を求めよ。 CaO のモル質量を 56 g mol^{-1} とし, 水のイオン積 (K_w) を 1.0×10^{-14} とする。
- (4) CaO , MgO , CaS において格子エンタルピーが大きい順に左から並べよ。

2. シアン化水素 (HCN) の酸解離定数は $K_a = 4.0 \times 10^{-10}$ である。以下の問いに答えよ。

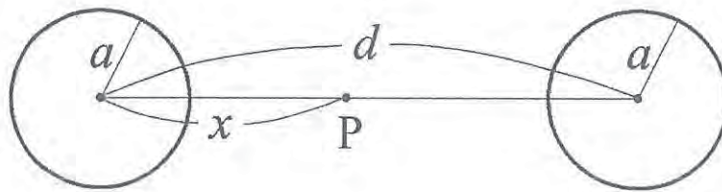
- (1) HCN は強酸, 弱酸, 強塩基, 弱塩基のいずれに分類できるかを答えよ。
- (2) $1.0 \times 10^{-2} \text{ M}$ (mol dm^{-3}) の HCN 水溶液の水素イオン濃度を求めよ。
- (3) $2.0 \times 10^{-2} \text{ M}$ の NaCN 水溶液の水素イオン濃度を求めよ。ただし, 水のイオン積 (K_w) を 1.0×10^{-14} とする。
- (4) $1.0 \times 10^{-2} \text{ M}$ の HCN と $2.0 \times 10^{-2} \text{ M}$ の NaCN を含む水溶液の水素イオン濃度を求めよ。

流が右の導体円柱に流れ込んでいる場合を考える。(3)と同じ点 P での電場の大きさ $E(x)$ は,

$$E(x) = \frac{i}{2\pi\sigma} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right)$$

と書けることを説明せよ。ただし、 $d \gg a$ であるため導体表面での電流分布は他方の導体円柱の影響を受けないものとする。

- (6) 2本の導体円柱間の単位長さ当たりのコンダクタンスを求めよ。ただし、コンダクタンスは電気抵抗の逆数である。



3. 55 °C における $\text{N}_2\text{O}_5(\text{g})$ の分解反応 ($\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g}) + (1/2)\text{O}_2(\text{g})$) の N_2O_5 濃度と時間の関係が下表に示してある。以下の問いに答えよ。ただし、 $\ln 2 = 0.69$ として計算せよ。

- (1) N_2O_5 の分解が 1 次反応であることを下表のデータを使って説明せよ。
- (2) N_2O_5 の分解に関する反応速度定数 k を有効数字 2 桁で求めよ。
- (3) N_2O_5 の半減期を有効数字 2 桁で求めよ。
- (4) N_2O_5 の濃度がその初期値の 1/16 に低下するのに何秒かかるか。有効数字 2 桁で答えよ。

時間/s	$[\text{N}_2\text{O}_5]/\text{M}$	$([\text{N}_2\text{O}_5]/\text{M})^{-1}$	$\ln([\text{N}_2\text{O}_5]/\text{M})$
0	0.0200	50.0	-3.91
100	0.0169	59.2	-4.08
200	0.0142	70.4	-4.25
300	0.0120	83.3	-4.42

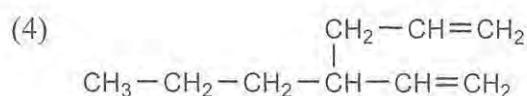
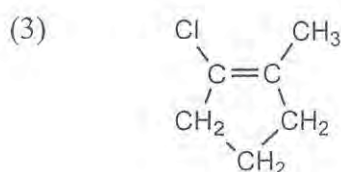
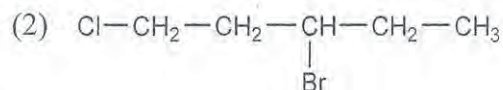
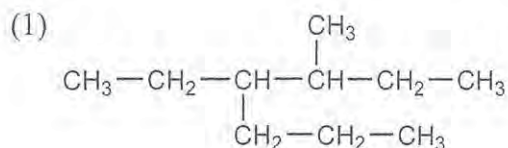
4. 以下の(1)~(3)に示した 2 つの分子のうち、沸点が高い方を選べ。また、沸点が高い理由として最も適切な分子間相互作用を次の選択肢からそれぞれ 1 つ選べ。

[水素結合, 疎水性相互作用, ロンドンの分散力, 双極子-双極子相互作用]

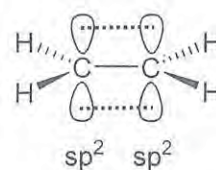
- (1) ブタン (C_4H_{10} , 分子量 58) とアセトン ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$, 分子量 58)
- (2) 水 (H_2O , 分子量 18) と硫化水素 (H_2S , 分子量 34)
- (3) 塩素 (Cl_2 , 分子量 71) と臭素 (Br_2 , 分子量 160)

化学2 試験問題

1. 以下の(1)~(4)の化合物の IUPAC 名を答えよ。



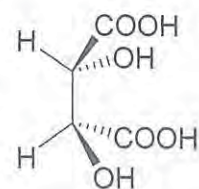
2. 右の図は、エテン（エチレン）を模式的に描いたものである。p 軌道間で形成される π 結合が点線で表され、各炭素の混成軌道の種類が示されている。この例を参考にして、以下の2つの化合物に対して同様の図を描け。



- (1) エチン（アセチレン）
- (2) プロパジエン（アレン）

3. 2つの不斉炭素を有する(-)-酒石酸に関する以下の問いに答えよ。

- (1) 右に示す(-)-酒石酸の構造式を解答用紙に書き写し、2つの不斉炭素に立体配置を表す *R* または *S* を付記せよ。
- (2) (-)-酒石酸のジアステレオマーの構造式を右図と同様にくさび形表記で示し、2つの不斉炭素に立体配置を表す *R* または *S* を付記せよ。



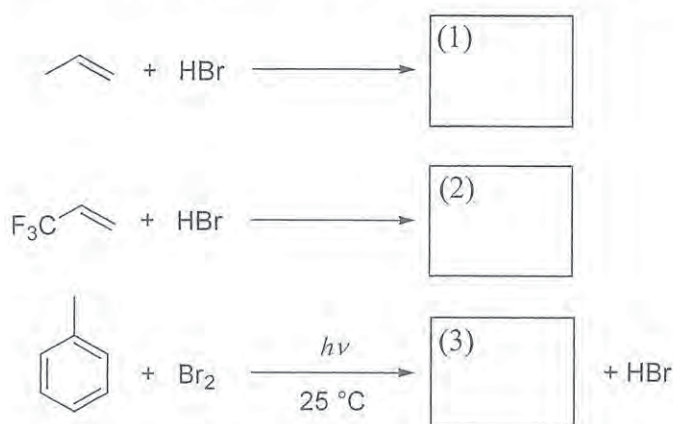
- (3) (-)-酒石酸のジアステレオマーは不斉炭素を有するが、アキラルな化合物である。その理由を書け。

4. 脱離反応に関する以下の問いに答えよ。

(1) E1 反応において、溶媒の極性が高い場合と低い場合を比べた場合、反応が速いのはどちらか、理由とともに答えよ。

(2) E1 反応と E2 反応を比べた場合、反応速度が塩基の濃度に強く依存するのはどちらか、理由とともに答えよ。

5. 以下の各反応における主生成物(1)~(3)にあてはまる構造式を書け。



6. 以下の各反応における主生成物(1)~(4)を推定し、その構造式を書け。

