

## 筑波大学理工学群応用理工学類

# 平成28年度私費外国人留学生入試

## 小論文問題

### 注意事項

- 1) 試験開始の合図があるまでこの問題冊子の中を見てはならない。
- 2) 問題は〔問題Ⅰ〕と〔問題Ⅱ〕の2問ある。
- 3) 解答用紙4枚と下書き用紙4枚の定められた欄に、受験する「学群，学類」，「氏名」，「受験番号」を記入すること。
- 4) 解答は下の表のように、それぞれ別々の解答用紙に記入すること。書ききれない場合には、裏面を使用しても良い。

問題番号		解答用紙
問題Ⅰ	問1	1枚
	問2	1枚
	問3	1枚
問題Ⅱ	(1)～(7)	1枚

- 5) 解答用紙上部の  内に問題番号を記入すること。

## 問題 I

以下の問いに答えよ。導出過程 (derivation) も示せ。

問 1 不定積分 (indefinite integral)  $I = \int \frac{1}{\cos x} dx$  を次のように求める。

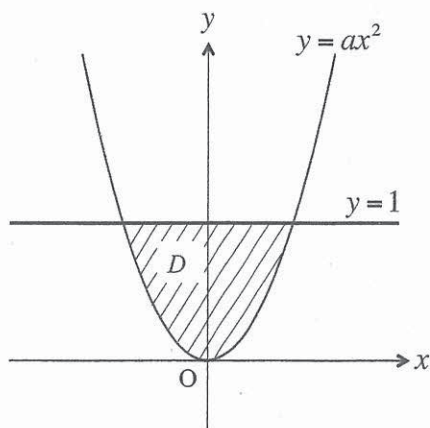
- (1)  $\sin x = t$  と変数変換 (transformation of variable) し,  $I$  を  $t$  に関する不定積分で表せ。
- (2)  $I$  を求め,  $x$  の式で表せ。

問 2  $x, y$  は 1 でない正の実数であり,  $\log_x y > 0$  とする。このとき不等式  $\log_x y + 6 \log_y x < 5$  が示す  $xy$  平面内の領域 (region) を次のように求める。

- (1)  $\log_y x$  の底 (base) を  $x$  に変換し, 不等式を  $\log_x y$  を用いて表せ。
- (2)  $\log_x y$  のとりうる値の範囲 (range) を求めよ。
- (3)  $0 < x < 1$  の場合と  $x > 1$  の場合について,  $y$  のとりうる値の範囲を  $x$  を用いて表せ。
- (4)  $xy$  平面に(3)の領域を図示せよ。

問 3 下図に示すように, 放物線  $y = ax^2$  と直線  $y = 1$  で囲まれた領域  $D$  を考える。ただし  $a$  は正の定数とする。

- (1) 領域  $D$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体 (solid of revolution) の体積を求めよ。
- (2) 領域  $D$  を  $y$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。
- (3) (1)と(2)で求めた体積が等しくなるときの  $a$  の値を求めよ。



## 問題 II

図のように、半径  $r$  の球が水平な地面の B の位置に固定されている。質量  $m$  の小さな物体が、球の頂点 A から無視できるほど小さい初速度 (initial velocity) で滑り始めたとする。球の中心を O、球面上を滑っている物体の位置を P とし、 $\angle AOP$  を  $\theta$  とする。物体は質点 (point mass) とみなせるとし、球と物体との間の摩擦 (friction) および空気抵抗 (air resistance) は無視できるとする。重力加速度を  $g$  とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 物体が球面を滑っているとき、物体の速さ  $v$  を  $\theta$  の関数 (function) として表せ。
- (2) (1) のとき、物体に働く遠心力 (centrifugal force) の大きさ  $m\frac{v^2}{r}$  を求めよ。
- (3) (1) のとき、物体が球面から受ける垂直抗力 (normal force) の大きさを求めよ。
- (4) 物体が球面から離れるときの  $\theta$  を  $\theta_0$  とし、 $\cos\theta_0$  を求めよ。
- (5) (4) のときの物体の速さを求めよ。
- (6) 物体が球面を離れてから、地面に着地 (landing) するまでの時間を求めよ。
- (7) B から物体の着地点までの距離を求めよ。

