

平成29年度

理工学群数学類
私費外国人留学生入試

小論文
試験問題

注意事項

- ① 問 I ～問 III は別々の解答用紙に日本語で解答すること。
- ② 試験時間は90分です。

問題 I 実数値をとる関数 f が, すべての実数 x, y に対して関係式

$$f(x+y) = f(x)f(y)$$

を満たすとする. 次の問いに答えよ.

- (1) $f(0)$ の値を求めよ.
- (2) すべての実数 x に対して $f(x) \geq 0$ であることを示せ.
- (3) $f(1) = c$ とおく. x を有理数とするととき, $f(x)$ の式を求めよ.

問題 II 正の実数 a, b ($a \geq b$) により定まる楕円

$$C : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

および, その上の点 $P(a \cos \theta, b \sin \theta)$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$), $A(a, 0)$ について次の問いに答えよ.

- (1) xy 平面の原点を O とする. 線分 OP, OA および, 点 P, A を両端とする楕円 C 上の第 1 象限に含まれる弧により囲まれる図形の面積 S_1 を θ を用いて表せ.
- (2) 楕円 C の点 P における接線および法線と x 軸との交点をそれぞれ Q, R とする. 点 Q, R の座標を θ を用いて表せ.
- (3) 三角形 PQR の面積 S_2 を θ を用いて表し, 極限值 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S_2}{S_1}$ を求めよ.

問題 III

$$\frac{1}{\sqrt{1}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{4}}, \dots$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) a_{10000} を求めよ.
- (2) $S_m = \sum_{k=1}^m a_k$ とおくととき, 極限值 $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{S_m}{m^{\frac{3}{4}}}$ を求めよ.