

平成 29 年度学群編入学試験

理工学群物理学類

学 力 検 査

(専門科目)

問 題 冊 子

注意事項

- ① 問題Ⅰ～Ⅲのすべてに解答すること。
- ② 解答用紙は各問題に対して1枚使用し、それぞれの解答用紙には「問題Ⅰ」のように問題番号を明記すること。
- ③ 解答が書ききれない場合には、「裏へ」と明記して、その解答用紙の裏面に続けて書くこと。
- ④ 下書き用紙は採点しない。
- ⑤ 試験時間は120分です。

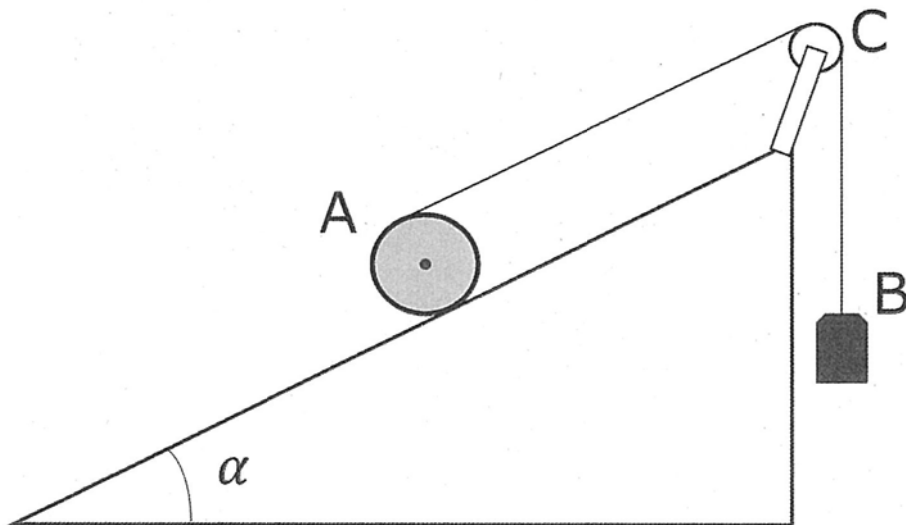
問題 I

質量 m 、半径 a の一様な円柱 A に太さの無視できる軽い糸を取り付け、円柱 A のまわりに巻いた。これを図のように角度 α の斜面に置き、固定滑車 C を通して糸の他端に質量 M_0 のおもり B をつなげたところ、つり合った。円柱 A は斜面の最大傾斜方向に転がるように置かれている。また固定滑車 C は軽く、滑らかに回転し、AC 間の糸は斜面と平行である。重力加速度を g として、以下の間に答えよ。

- 問 1. つり合うためには円柱 A と斜面の間に摩擦が必要であることを説明せよ。
- 問 2. M_0 を m, a, α, g の中から必要なものを用いて表せ。

次におもり B の質量を M ($M < M_0$) に変えたところ、円柱 A は動き出した。斜面に沿った円柱 A の中心軸の位置を x (斜面下方の向きを正とする)、円柱 A の中心軸のまわりの回転角を θ (図において反時計回りを正とする)、おもり B の高さを z として以下の間に答えよ。なお、円柱 A は滑らずに転がるものとする。

- 問 3. 円柱 A の速さ dx/dt 、回転角速度 $d\theta/dt$ 、おもり B の速さ dz/dt の間の関係を示せ。



- 問4. 糸の張力を T ，斜面と円柱の間の摩擦力を f とし、円柱 A の x, θ に関する運動方程式とおもり B の z に関する運動方程式を書け。なお、円柱 A の中心軸のまわりの慣性モーメント I は、 $I = \frac{1}{2}ma^2$ であることを使ってよい。
- 問5. 円柱 A が等加速度運動をすることを示し、その加速度 d^2x/dt^2 を m, M, a, α, g の中から必要なものを用いて表せ。
- 問6. この運動において力学的エネルギーは保存するか？ もし保存する場合、摩擦力が働いているにもかかわらず保存する理由を説明せよ。

問題II

図のように、長さ a 、質量 m の細い一様な棒が両端 A, B で、ばね定数 k の 2 本のばねによって支えられている。このときのばねの長さを l とする。棒の一端 B を動かさずに、もう一端 A を微小量 δ だけ押し下げ、時刻 $t = 0$ で放したところ、運動がはじまった。水平面からの棒の重心の高さを x 、水平面に対する棒の微小回転角を θ 、重力加速度を g として、以下の問に答えよ。

問 1. ばねの自然長 b を、 m 、 g 、 k 、 a 、 l 、 δ から必要なものを用いて表せ。

問 2. 点 A, 点 B の水平面からの高さ x_A および x_B を、 x 、 θ を用いて表せ。

問 3. 棒の重心の高さ x に関する運動方程式を導け。

問 4. 前問の結果を用いて、時刻 t における重心の高さ x を求めよ。

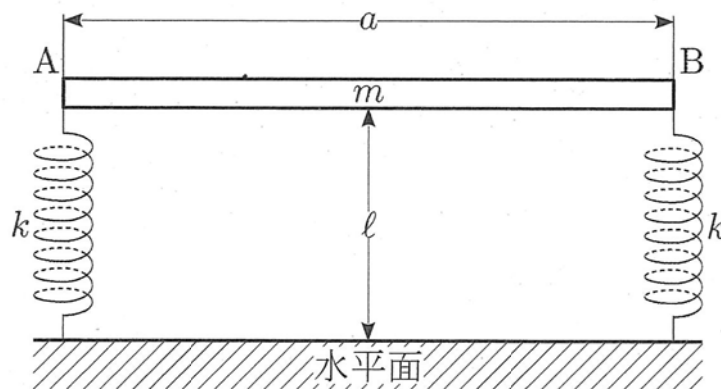
問 5. 棒の重心を通り、棒に垂直な軸のまわりの慣性モーメント I は

$$I = \frac{ma^2}{12},$$

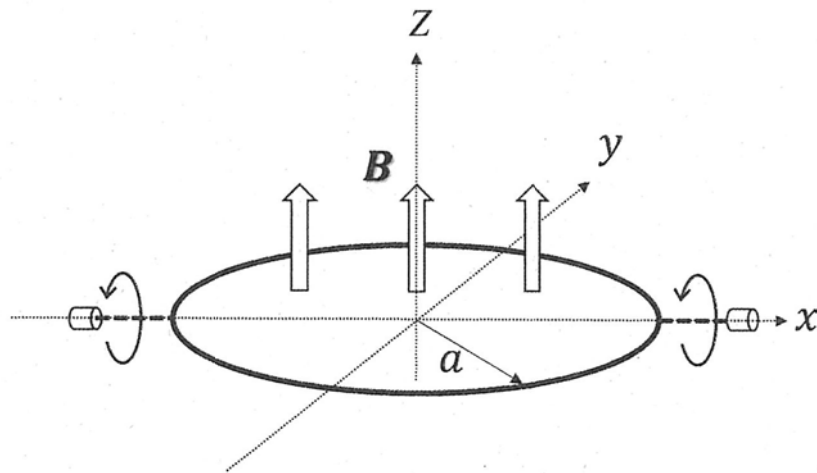
で与えられることを示せ。

問 6. 棒の微小回転角 θ に関する運動方程式を導け。

問 7. 前問の結果を用いて、時刻 t における微小回転角 θ を求めよ。



問題 III



図のように細い導線で作られた半径 a の金属環が、 x 軸上の軽い絶縁棒を軸として一定の回転速度 ω_0 で回転している。時刻 $t=0$ のときに、 z 軸に平行に磁束密度 B の一様な磁場をかけた。その後、金属環はゆるやかに回転速度を減少させていった。以下の問に答えよ。ただし、導線の抵抗率を ρ 、導線の密度を D 、導線の断面積を S とし、 xy 平面に対する金属環の時刻 t での傾き角度を $\theta(t)$ とする。また、 x 軸のまわりの金属環の慣性モーメント I は、 $I = \pi a^3 D S$ である。なお、金属環の自己インダクタンス及び重力は無視してよい。

問1. 金属環の抵抗値 R を求めよ。

問2. 時刻 $t > 0$ における、金属環を貫く磁束 $\Phi(t)$ と発生する起電力 $V(t)$ を求めよ。

問3. $\sin^2 \theta$ と $\cos^2 \theta$ の1周期間の時間平均は $\frac{1}{2}$ となることを示せ。この結果を使って、時刻 $t > 0$ における、金属環に発生するジュール熱の1周期間の時間平均を求めよ。ただし、回転速度の時間変化は小さいとする。

問4. 時刻 $t > 0$ における、金属環の回転エネルギーを示せ。金属環の回転速度が減少する理由を説明せよ。

問5. 問3と問4の結果を用いて、金属環の回転速度が ω_0 の $\frac{1}{e}$ となる時間 τ を求めよ。

問6. 一様磁場の磁束密度 $B = 1.0 \times 10^{-2} \text{ Wb/m}^2$ 、導線の抵抗率 $\rho = 1.1 \times 10^{-6} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ 、導線の密度 $D = 8.4 \text{ g/cm}^3$ のとき、前問の τ を有効数字2桁で示せ。