筑波大学理工学群　工学システム学類

平成29年度編入学試験

学力検査問題

(150分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子の中を見てはいけません．
2. この問題冊子は，この表紙を含めて5ページあり，専門科目（数学，物理学）の各問題がまとめられています．
3. 問題数は，数学が2問，物理学が2問です．
4. 解答用紙と下書き用紙の定められた欄に，「学群・学類」，「氏名」，「受験番号」を記入してください．
5. 解答に際しては，数学，物理学の各問題で，別々の解答用紙を用いて下さい．解答用紙は，裏面を用いても構いません．
6. 解答用紙の上部の $\boxed{}$ 内に，数学問題1，数学問題2，物理学問題1，物理学問題2と記入し，各問題に小問がある場合には，それらの小問の解答を全て要領良く記述して下さい．

数学

問題 1

関数 $f(x,y)=xy$ について，以下の設問に答えよ．

(1) $f(x,y)$ の全微分 df を求めよ．

(2) x-y 平面上において，c をパラメータとする曲線群 $f(x,y)=c$ と直交し，点 $(p,0)$ を通る曲線 C_p を求めよ．ただし，$p>0$ とする．

(3) C_p 上にあり $x>0$ を満たす点の集合を D_p と表す．領域 D を

$$D=\bigcup_{1\leq p\leq 2} D_p$$

によって定義するとき，積分

$$\iint_D \frac{1}{x^2}dxdy$$

の値を求めよ．

問題2

3次元実数ベクトル空間V_αに$x_1x_2x_3$直交座標軸を固定し，2次曲面

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3 + 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \quad \cdots\cdot ①$$

を考える. 以下の設問に答えよ.

(1) 式①を以下の2次曲面の標準形の式

$$ {}^t\boldsymbol{x}A\boldsymbol{x} + 2\,{}^t\boldsymbol{b}\boldsymbol{x} + c = 0 \quad \cdots\cdot ②$$

で表すとき，$A, \boldsymbol{b}, c$ を求めよ. ただし，Aは実対称行列，${}^t\boldsymbol{x}$は$\boldsymbol{x}$の転置ベクトル，${}^tA$はAの転置行列を示し，$\boldsymbol{x} = {}^t(x_1, x_2, x_3)$ とする.

(2) 上記(1)のAは適当な直交行列Pを用いて対角行列$T = {}^tPAP$にすることができる. TとPを求めよ. 導出過程も示せ. ただし，対角行列Tの対角成分t_{ii} $(i = 1,2,3)$は$t_{11} \geq t_{22} \geq t_{33}$ とし，直交行列Pの第2列は${}^t(1,2,1)$に平行にとること.

(3) 3次元実数ベクトル空間V_βにおいて$y_1y_2y_3$直交座標軸を固定する. いま，V_αの元$\boldsymbol{x}$とV_βの元$\boldsymbol{y} = {}^t(y_1, y_2, y_3)$との間で

$$\boldsymbol{x} = P\boldsymbol{y} \quad \cdots\cdot ③$$

が成立するものとする. ここでPは(2)で得られた直交行列である. 式②の2次曲面を，$T, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{y}$ を用いた式で表せ.

(4) 上記(3)で得られた式を，y_1, y_2, y_3を用いて書き直せ.

(5) 上記(4)で表される2次曲面をy_1軸周りに回転させたところ，平面$y_3 = 0$について対称となった. 回転後の2次曲面を表す式を求めよ. 導出過程も示すこと. また，この2次曲面の概形を$y_1\,y_2\,y_3$座標系で描け.

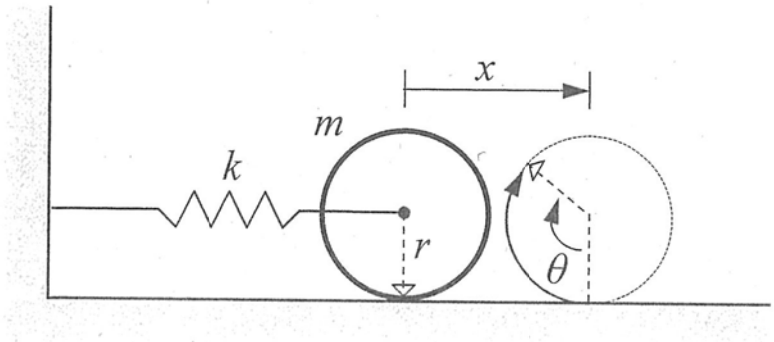
物理学

問題 1

下図に示すように，バネ定数 k のバネが，半径 r，質量 m の円盤の中心に連結されている．バネが自然長の時の円盤の中心の位置を$x = 0$，円盤の回転角をθとする．$x = x_0$ の位置に円盤を静止させ，静かに手を放したところ，円盤は水平床上を滑ること無く転がった．

以下，円盤の密度は一様，円盤は変形しない，円盤が運動する際に空気抵抗は発生しない，円盤とバネが連結されている支点に摩擦は発生しない，バネの質量は無視できるものとして解答せよ．

(1) 円盤の支点まわりの慣性モーメント I を求めよ．この際，導出過程を示すこと．
(2) 円盤の運動方程式を示せ．
(3) 円盤は x 方向にどのような運動をするか，定量的に説明せよ．
(4) この運動全体のエネルギーは保存されるか，円盤の運動方程式に基づいて説明せよ．



問題 2

下図に示すように，極板間隔 d [m]で，無限に広い一対の極板からなる平行平板コンデンサー（陽極 A_1，陰極 A_2）がある．このコンデンサーには一定電圧 V[V]が与えられ，また極板間には紙面の表から裏に向かう方向に磁束密度 B [T]を持つ一様な定常磁場が印加されている．時間 $t = 0$ [s]において，1 個の自由電子（質量 m [kg]，電荷量$-e$ [C]）を陰極 A_2の上部表面のある位置に静かに置いたところ，その後，この自由電子は，図に示されているようなサイクロイド軌道で極板間を紙面の左から右に向かう方向に運動した．この系において，以下の小問に解答せよ．ただし，座標系には図中で指定されたx-y直交座標系を採用し，原点 O は自由電子の$t = 0$[s]での初期位置とする．また，自由電子は初期速度を持たず，重力の影響は無視できるものとする．なお，極板間は真空とする．

(1) 極板間に作用する電場について，その大きさと方向を述べよ．

(2) この自由電子の運動方程式を，x方向とy方向に分けて示せ．このとき，自由電子のx方向速度成分をv_x，y方向速度成分をv_yと記せ．

(3) この自由電子の速さ$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$を時間$t$の関数として表せ．

(4) この自由電子の位置 (x, y) を時間 t の関数として表せ．

(5) 今，この系において極板間隔 $d = 1.0\times10^{-1}$ [m]，磁束密度$B = 1.0\times10^{-4}$ [T]とした場合，$t = 0$ [s]で原点 O に静かに置かれた自由電子が，陽極 A_1に衝突せずに，図のようなサイクロイド軌道で極板間を運動するためには，コンデンサーに与える定電圧 V [V]に対して以下の条件式を満足する必要がある．空欄 $\boxed{}$ の値を求めよ．なお，ここでは，自由電子の比電荷e/mの値を1.8×10^{11} [C/kg]と近似する．

$$0 < V < \boxed{}\ [\mathrm{V}]$$