筑波大学理工学群応用理工学類

平成２９年度個別学力検査等(後期日程)

小 論 文 問 題

注意事項

1）試験開始の合図があるまでこの問題冊子の中を見てはならない。

2）この冊子には，［問題Ⅰ］から［問題Ⅲ］まで３題の問題がある。

3）解答用紙６枚と下書き用紙６枚の定められた欄に，受験する「学群，学類」，「氏名」，「受験番号」を記入すること。

4）すべての解答用紙上部の $\boxed{}$ 内に問題番号を記入すること。ただし、下の表のように各問題にそれぞれ２枚ずつの解答用紙を使用せよ。白紙の解答用紙も回収する。解答が書ききれない場合には，解答用紙の裏面を使用しても差し支えない。

問題番号	解答用紙
問題Ⅰ	2枚
問題Ⅱ	2枚
問題Ⅲ	2枚

問題 I

z を 0 でない複素数，a を正の実数の定数とするとき，以下の問いに答えよ。ただし，虚数単位 i，実数 x, y を用いて $z = x + yi$ と表すものとする。

(1) z が関係式 $z^2 + (\bar{z})^2 = 2a^2$ を満たすとき，x, y が満たすべき方程式を a を用いて表せ。ただし，$\bar{z}$ は z の共役な複素数である。

(2) (1)で求めた方程式を満たす xy 平面上の点 (x, y) 全体の表す図形を C とするとき，C は双曲線となる。その双曲線 C の頂点と漸近線を求め，その概形を xy 平面上に図示せよ。

(3) $w = z + \dfrac{4}{z}$ とおく。w が実数となるとき，x, y が満たすべき方程式を求めよ。

(4) (3)で求めた方程式を満たす xy 平面上の点 (x, y) 全体の表す図形を D とする。C と D の共有点の個数とその座標を求めよ。

問題 II

以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $y=\dfrac{x^2}{4}e^{2-x}$ の極値を求めよ。

(2) 曲線 $y=\dfrac{x^2}{4}e^{2-x}$ が上に凸であるような x の範囲を求めよ。

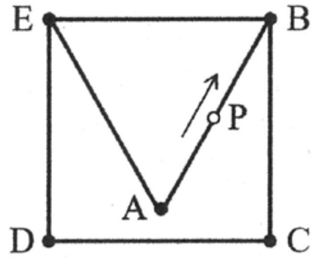
(3) 定積分 $I_n=\int_0^a x^n e^{-x}dx$ について I_{n+1} を I_n を用いて表せ。ただし $a>0$ とし，$n=0, 1, 2, \cdots$ とする。

(4) (3)の結果を用いて I_0, I_1, I_2, I_3, I_4 をそれぞれ求めよ。

(5) 曲線 $y=\dfrac{x^2}{4}e^{2-x}$ $(x\geqq 0)$ と y 軸および直線 $y=1$ で囲まれた図形を，y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

問題 III

図のように点 A，B，C，D，E が線分によって結ばれてできた図形上を動点 P が線分を通って点から点へ移動する。P が線分を通って隣接する点へ移動するには 1 秒を要する。また，線分によって結ばれる点が複数あるときは，等しい確率でどれか 1 つの点に移動するものとする。P が A から出発して n 秒後に A，B，C，D，E にいる確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n，d_n，e_n として以下の問いに答えよ。ただし，n は自然数とし，また，対称性より $b_n = e_n$，$c_n = d_n$ としてよい。



(1) $n=1,2$ のとき，a_n，b_n，c_n の値を求めよ。

(2) a_{n+1}，b_{n+1}，c_{n+1} のそれぞれを，a_n，b_n，c_n のうち必要なものを用いて表せ。

(3) 定数 p，q，r を用いて，$a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n + r$ と表すことができる。p，q，r を求めよ。

(4) 定数 s を用いて $u_n = a_n - s$ とおくと，(3)で求めた p，q を用いて $u_{n+2} = pu_{n+1} + qu_n$ と表すことができる。s を求めよ。

(5) (4)で定められた u_n について，$u_{n+2} - \alpha u_{n+1} = \beta(u_{n+1} - \alpha u_n)$ が成立するような定数 α，β を求めよ。

(6) (4)で定められた u_n を求めよ。また，a_n，b_n，c_n を求めよ。

(7) 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の収束，発散を調べよ。また，収束するときは極限値 $\lim_{n\to\infty} a_n$，$\lim_{n\to\infty} b_n$，$\lim_{n\to\infty} c_n$ を求めよ。